CORRECTION

BREVET BLANC
DE
MATHÉMATIQUES N°1

– 19 janvier 2011 –

-*L'emploi des calculatrices est autorisé.*
-*Toutes les réponses devront être soigneusement rédigées sur la copie (sauf indication contraire).*
-*Le sujet comporte trois parties :* *- Partie Numérique (12 points)*
- Partie Géométrique (12,5 points)
- Problème (11,5 points)
-La rédaction et la présentation seront notées sur 4 points.

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 (5 points):

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des cinq questions, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.
Entourer distinctement la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée. Il ne sera enlevé aucun point en cas de mauvaise réponse.

1) $\frac{15}{7} \div \frac{5}{24} =$	$\frac{7}{15} \times \frac{5}{24}$	$\frac{15}{7} \times \frac{24}{5}$	$\frac{7}{15} \div \frac{24}{5}$

Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse!

2) Une solution de $(x-3)^2 = 5x-9$ est…	2	-2	0

D'une part : $(x-3)^2 = (2-3)^2 = (-1)^2 = 1$
D'autre part : $5x - 9 = 5\times2-9 = 10 - 9 = 1$

3) L'équation $3x^2+17=4$ a :	une solution	deux solutions	Aucune solution

$3x^2+17=4$
$3x^2+17-17=4-17$
$3x^2=-13$
$\frac{3x^2}{3}=\frac{-13}{3}$
$x^2=\frac{-13}{3}$ $\frac{-13}{3}<0$ (un carré est toujours positif) donc il n'y a aucune solution

4) L'équation $6x^2=54$ a :	une solution	deux solutions	Aucune solution

$6x^2=54$
$\frac{6x^2}{6}=\frac{54}{6}$
$x^2=9$ Comme 9 >0 il y a deux solutions.

5) $\sqrt{36}+\sqrt{64}=$	10	14	50

$\sqrt{36}+\sqrt{64}=6+8=14$

Exercice 2 (4 points) :

1) *Sans calculer le PGCD, expliquer pourquoi 120 et 144 ne sont pas premiers entre eux.*

120 et 144 sont tous les deux multiples de 2 donc ne sont pas premiers entre eux.

2) *Déterminer le PGCD de 120 et 144, en faisant apparaître les calculs.*

En utilisant l'algorithme d'Euclide, on obtient :

$144=120\times1+24$

$120=24\times5+0$ (comme le PGCD est le dernier reste non nul)

On a : PGCD (144 ; 120) = 24

3) *Un vendeur possède un stock de 120 flacons de parfum au tiaré et 144 savonnettes au monoï.*

Il veut écouler tout ce stock en confectionnant le plus grand nombre de coffrets "souvenirs de Polynésie" de sorte que:

- *le nombre de flacons de parfum au tiaré soit le même dans chaque coffret.*
- *le nombre de savonnettes au monoï soit le même dans chaque coffret.*
- *tous les flacons et savonnettes soient utilisés.*

Trouver le nombre de coffrets à préparer et la composition de chacun d'eux.

D'après la question 2), il y aura <u>24 coffrets à préparer</u>.

Comme $\frac{144}{24}=6$, il y aura <u>6 savonnettes</u> dans chaque coffret.

Comme $\frac{120}{24}=5$, il y aura <u>5 flacons de parfum</u> dans chaque coffret.

<u>Exercice 3 (3 points) :</u> *Détailler tous les calculs*

1) *Ecrire les nombres* $\sqrt{300}$ *et* $\sqrt{27}$ *sous la forme* $a\sqrt{3}$ *où a est un nombre entier.*

$$\begin{aligned}\sqrt{300} &= \sqrt{100}\times\sqrt{3} \\ &= 10\times\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

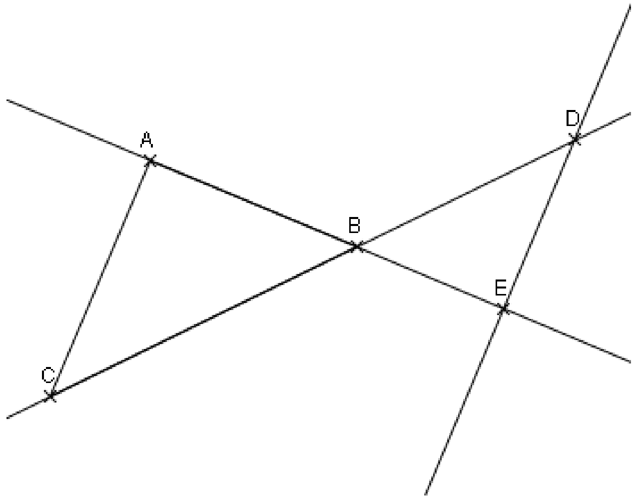
$$\begin{aligned}\sqrt{27} &= \sqrt{9}\times\sqrt{3} \\ &= 3\times\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

2) *En déduire la valeur de la somme* $\sqrt{300}-4\sqrt{27}+6\sqrt{3}$.

$$\begin{aligned}\sqrt{300}-4\sqrt{27}+6\sqrt{3} &= 10\sqrt{3}-4\times3\sqrt{3}+6\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3}-12\sqrt{3}+6\sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{3}+6\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12,5 points)

Exercice 1 (6 points) :



On donne le schéma ci-contre dans lequel les dimensions ne sont pas respectées.
On ne demande pas de réaliser la figure.
L'unité de longueur est le centimètre.

BA = 9,3 ; BC = 15,5 ; BD = 13,5 ; BE = 8,1 et DE = 10,8.
Les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

1) *Calculer la longueur AC. Justifier.*

Je sais que : les points A, B et E sont distincts et alignés ainsi que les points C, B et D.
(AC) // (DE)

Or d'après le théorème de Thalès, on a :

Longueurs du triangle ABC	AB	BC	AC
Longueurs du triangle BED	BE	BD	DE

est un tableau de proportionnalité donc on peut appliquer l'égalité du produit en croix dans le tableau suivant :

9,3	15,5	AC
8,1	13,5	10,8

Ou

$$\frac{AB}{BE}=\frac{BC}{BD}=\frac{AC}{DE}$$

donc : $\frac{9{,}3}{8{,}1}=\frac{15{,}5}{13{,}5}=\frac{AC}{10{,}8}$

On obtient :

AC = $\frac{15{,}5\times 10{,}8}{13{,}5}$

AC = 12,4 cm.

2) *Démontrer que le triangle BDE est un triangle rectangle en E.*

Je sais que : dans le triangle BDE, le plus grand côté est [BD].

D'une part :

$BD^2 = 13{,}5^2$

$BD^2 = 182{,}25$

D'autre part :

$BE^2 + ED^2 = 8{,}1^2 + 10{,}8^2$

$BE^2 + ED^2 = 182{,}25$

On constate que : $BD^2 = BE^2 + ED^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BDE est rentangle en E.

3) *Sans faire de calcul, démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.*

Les droites (AC) et (DE) sont parallèles et par la question 2) la droite (AB) est perpendiculaire à (DE) donc la droite (AB) est perpendiculaire à (AC). Donc le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 2 (6,5 points) :

$\mathcal{C}$ est un cercle de diamètre [RS] tel que : RS = 6 cm.
T est un point de ce cercle tel que : ST = 4 cm.

1) *Réaliser une figure en vraie grandeur dans l'espace prévu après cet exercice.*
2) *Démontrer que le triangle RST est rectangle en T.*

   Le triangle RST est inscrit dans le cercle de diamètre [RS].
   Le triangle RST est donc rectangle en T.

3) *Calculer et donner l'arrondi au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{RST}$.*

   On applique la trigonométrie dans le triangle RST rectangle en T:

$$\cos\widehat{RST} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos\widehat{RST} = \frac{TS}{RS}$$

$$\cos\widehat{RST} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$Donc\ \widehat{RST} \approx 48\,° \text{ (on utlise la fonction } \cos^{-1}\text{)}$$

4) *Placer sur la figure les points U et V tels que :*

   U appartient à [TS] avec SU = 3,2 cm
   V appartient à [RS] avec SV = 5 cm.

5) *Les droites (UV) et (TR) sont-elles parallèles? Le démontrer.*

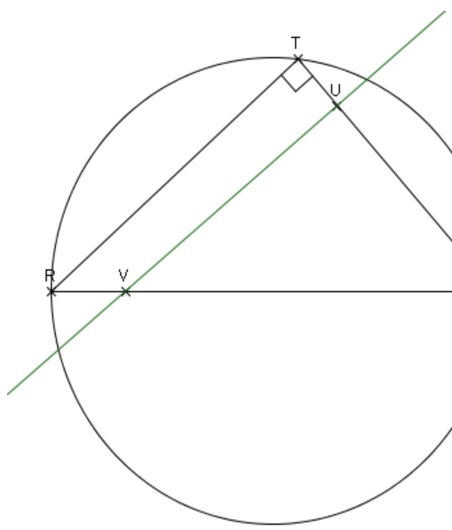
   Je sais que les points S, V et R sont alignés ainsi que les points S, U et T.

D'une part : $\frac{SV}{SR} = \frac{5}{6} \approx 0{,}833$ D'autre part : $\frac{SU}{ST} = \frac{3{,}2}{4} = 0{,}8$

On remarque que : $\frac{SV}{SR} \neq \frac{SU}{ST}$

D'après la contraposée du théorème de Thales, les droites (UV) et (RT) ne sont pas parallèles.

Figure:

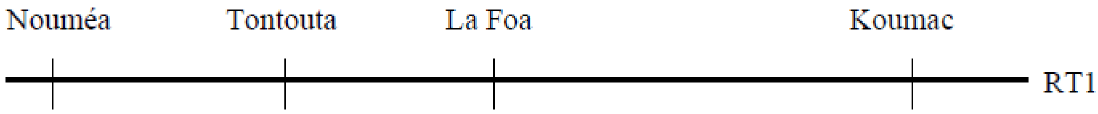


PROBLEME (11,5 points)

Fanny et Franck vont à Koumac. Franck part de Nouméa et Fanny part de Tontouta.

Les communes de Nouméa, Tontouta, La Foa, et Koumac sont situées dans cet ordre, sur une même route, la RT1, comme le représente le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.

<u>Schéma</u>:



Le tableau ci-dessous indique la distance de Nouméa à ces villes en kilomètres:

Commune	Tontouta	La Foa	Koumac
Distance de Nouméa en kilomètre	50	110	365

Source : *Country guide « Le petit futé »*

Fanny et Franck partent en même temps.
Ils font une pause au bout de deux heures de trajet, comme le recommande la sécurité routière :
« toutes les deux heures, la pause s'impose ! ».

Les parties 1 et 2 sont indépendantes et peuvent être traitées dans l'ordre que vous souhaitez.

<u>Partie 1 (7,5 points) :</u> *Le trajet de Fanny et Franck avant leur pause.*
Dans cette partie, tous les résultats doivent être justifiés par des calculs.

Fanny roule à la vitesse moyenne de 70 km/h. Franck roule à la vitesse moyenne de 85 km/h.
Ainsi, après avoir roulé une heure, Fanny est à 70 km de Tontouta sur la RT1 direction Koumac, et Franck est à 85 km de Nouméa sur la RT1 direction Koumac.

1) *Expliquer pourquoi au bout d'une heure, Fanny est à 120 km de Nouméa.*

Au bout d'une heure, Fanny est à 70 km de Tontouta, or la ville de Tontouta est située à 50 km de la ville de Nouméa.

70 + 50 = 120 Donc Fanny est à 120 km de Nouméa au bout d'une heure.

2) *A combien de kilomètres de Nouméa se trouve Fanny au bout de deux heures de trajet ?*

Elle roule une heure de plus et elle roule à 70km/h ce qui veut dire qu'elle parcourt 70km de plus.

120 + 70 = 190 Donc Fanny se trouve à 190 km de Nouméa au bout de 2h de trajet.

3) *Au bout de combien de temps Franck se trouve-t-il à La Foa ? Exprimer la durée, en heure, arrondie au dixième.*

Franck part de Nouméa qui se situe à 110 km de Nouméa, et il roule à une vitesse de 85 km/h.

On peut utiliser un tableau de proportionnalité:

Distance (km)	85	110
Temps (h)	1	t

Donc $t = \frac{110 \times 1}{85}$ Franck se trouve à La Foa au bout d'environ 1,3 heures.

$t \approx 1{,}3$

4) On note x la durée du voyage exprimée en heure. (avant la pause : $0 \leq x \leq 2$)

On note f (x) la distance qui sépare Fanny de Nouméa et g(x) celle qui sépare Franck de Nouméa.

Choisir l'expression de f (x) et celle de g(x) parmi les propositions suivantes et les noter sur la copie :

$f(x) = 50 + 70x$ $\qquad$ $g(x) = 85x$

5) Calculer l'image de 1,5 par la fonction f.

$f(1{,}5) = 50 + 70 \times 1{,}5$
$f(1{,}5) = 50 + 105$
$f(1{,}5) = 155$

6) *Calculer le (ou les) antécédents de 153 par la fonction g.*

On résout : $g(x) = 153$
$85x = 153$
$\frac{85x}{85} = \frac{153}{85}$
$x = 1{,}8$

Vérification: $g(1{,}8) = 85 \times 1{,}8$
$g(1{,}8) = 153$

L'antécédent de 153 par la fonction g est 1,8.

Partie 2 (4 points) : Interprétation du graphique ci-dessous.

Par simple lecture du graphique, répondre aux questions suivantes :

1) Quel tracé (T_1 ou T_2) correspond au trajet de Fanny ? Au trajet de Franck ? Justifier.

Fanny part de Tontouta. Au départ, elle est donc à 50 km de Nouméa. Le tracé T_1 correspond donc à son trajet.
Franck part de Nouméa. Au déprat, il est donc à 0 km de Nouméa. Le tracé T_2 correspond donc à son trajet.

2) Combien de temps dure la pause de Fanny et Franck ?

On peut lire sur le graphique que leur pause dure ¼ d'heure, soit 15 minutes.

3) a) Au bout de combien de temps Franck rattrape-t-il Fanny ?

Les deux tracés se coupent au point de coordonnées (4,25 ; 350). Franck rattrape donc Fanny au bout de 4,25 heures, soit 4h15 min.

b) A combien de kilomètres de Nouméa se trouvent-ils à ce moment-là ?

Ils se trouvent alors à 350 km de Nouméa.

Graphique du problème, Partie 2 :